

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΩΜΑΤΑ <sup>1</sup>

## Περιγραφή

Αυτή η δραστηριότητα έχει σχεδιαστεί για να δημιουργήσει ένα πλαίσιο ενσυναίσθησης του σώματος μέσω της κίνησης με αφορμή τα μαθηματικά. Στο πλαίσιο της ομάδας όλα τα σώματα και το καθένα χωριστά έχει σημασία και όλα έχουν έναν ισότιμο ρόλο να διαδραματίσουν. Συγκεκριμένα, γίνεται μια προσπάθεια να κατανοήσουν τα παιδιά τον πολλαπλασιασμό, τους διαιρέτες και τα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών μέσα από κινητικές δραστηριότητες και παιχνίδια με το σώμα. Η δραστηριότητα εκτείνεται σε τέσσερα μέρη: Φτιάχνουμε την ομάδα σε κύκλο και δουλεύουμε μαζί. Εξερευνούμε τα κοινά πολλαπλάσια. Κινούμαστε με βάση τα αριθμητικά μοτίβα και ακολουθίες αριθμών. Χρησιμοποιούμε υλικά, όπως κουβάρια για να παίξουμε.

## Όψεις Παγκόσμιας Πολιτειότητας

- καλλιέργεια θετικών στάσεων απέναντι στον άλλο
- προώθηση και δράση για κοινωνική συνοχή και ευημερία μεταξύ των μελών μιας ομάδας ή ευρύτερης κοινότητας
- ανάπτυξη δεξιοτήτων επικοινωνίας και συνεργασίας
- ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης συγκρούσεων
- αντιμετώπιση ανισοτήτων και ιεραρχιών
- ενσυναίσθηση του σώματος

## Όψεις Μαθηματικής Σκέψης

- αναζήτηση μοτίβων και συνδέσεων
- οργάνωση και συστηματοποίηση της εργασίας / καλλιέργεια οργανωτικών δεξιοτήτων και συστηματικότητα
- διαλλακτικότητα και ευελιξία, χρήση της φαντασίας και της διαίσθησης
- χρήση ενσώματων και πολυαισθητηριακών προσεγγίσεων μάθησης
- επιχειρηματολογία και αιτιολόγηση, διατύπωση υποθέσεων και ερωτημάτων προς διερεύνηση

## Μαθηματικές Έννοιες

πολλαπλάσια, διαιρέτες, κοινά πολλαπλάσια, πρώτοι και οι μεταξύ τους πρώτοι αριθμοί.

## Πόροι

Για κάθε μικρή ομάδα:

- μία πλαστικοποιημένη αριθμογραμμή τουλάχιστον μέχρι το 60, κατά προτίμηση μέχρι το 100
- ένα μεγάλο φύλλο χαρτιού και κατάλληλοι μαρκαδόροι
- ένας υπολογιστής για κάθε μικρή ομάδα με ανοικτό ένα ηλεκτρονικό φύλλο εργασίας από το <http://tube.geogebra.org/material/show/id/1385121> είτε
- φύλλα εργασίας με προσχεδιασμένους κύκλους των 10 σημείων, των 12 σημείων, των 13 σημείων και των 20 σημείων

Για όλη την τάξη: μια τσάντα με σπόρους φασολιών, ένα κουβάρι από μαλλί που θα ξετυλίγεται εύκολα, ένα καπέλο στο οποίο θα αναγράφεται ο αριθμός 0.

## Απαιτούμενος χρόνος (εντός και εκτός τάξης)

Κατά προσέγγιση 4 διδακτικές ώρες, δύο εντός τάξης και δύο σε έναν μεγάλο (κλειστό ή αίθριο) χώρο (στο γυμναστήριο ή στην αυλή του σχολείου).

## Οργανωτικά και πρακτικά ζητήματα

Η έμφαση σε αυτή τη δραστηριότητα δίνεται στην ομαδική εργασία μεταξύ όλων όσων ανήκουν στην ομάδα, αλλά για ορισμένες δραστηριότητες τα παιδιά μπορούν να εργάζονται σε μικρές ομάδες. Επίσης, πολλές από τις δραστηριότητες μπορούν να χρησιμοποιηθούν καθ' όλη τη διάρκεια του χρόνου ανά πάσα στιγμή, ή να τις επαναλάβετε αν εσείς κρίνετε πως η ομάδα των παιδιών έχει ανάγκη την υπενθύμιση όλων όσων έχετε κάνει, ώστε να συνεχίσετε σε κάτι καινούριο που έχετε σκεφτεί.

<sup>1</sup> Στην παρούσα δραστηριότητα παρουσιάζεται υλικό που δημιουργήθηκε στο πλαίσιο της συνεργασίας του Complicite Theatre Ensemble και του Sheffield Hallam University.

## Προτεινόμενο σχέδιο διδασκαλίας

### Εργασία 1: Φτιάχνουμε έναν κύκλο και εργαζόμαστε σε ομάδα (περίπου 1 διδακτική ώρα)

Όταν επιλέγουμε να καθίσουμε και να συζητήσουμε με τα παιδιά σε έναν κύκλο, τότε αυτή η χωροθέτηση βοηθά στην άμεση οπτική επαφή και ισότιμη επικοινωνία μεταξύ των παιδιών της τάξης. Όλοι και όλες έχουν τη δυνατότητα να ακουστούν αλλά και να συμμετέχουν ως μέλη μιας ομάδας.

*Προτείνεται να εργαστούμε ομαδικά, το οποίο σημαίνει ότι συνεργαζόμαστε όλοι μαζί και ότι συμβάλλουμε στη σκέψη της ομάδας μας. Αν η δραστηριότητα δεν ολοκληρωθεί, τότε είναι ευθύνη όλης της ομάδας.*

Βάλτε μια τσάντα με σπόρους των φασολιών στο πάτωμα. Ζητήστε από τα παιδιά να σταθούν έτσι ώστε όλοι να στέκονται ακριβώς στην ίδια απόσταση από την τσάντα με τους σπόρους των φασολιών.

*Ποιο είναι το σχήμα που έχουμε κάνει; Τι είναι ένας κύκλος; (Ποιο είναι το χαρακτηριστικό στοιχείο που φτιάχνει έναν κύκλο;)*

*Γιατί ο κύκλος ως σχήμα μπορεί να μας βοηθήσει να συνεργαστούμε;*

Ζητήστε από τα παιδιά να ελέγξουν ότι μπορούν να δουν όλους τους συμμαθητές τους που κάθονται στην περιφέρεια του κύκλου. Μετακινήστε την τσάντα με τους σπόρους των φασολιών σε ένα νέο σημείο και διαμορφώστε, σχηματίστε εκ νέου έναν κύκλο.

*Έχουμε δημιουργήσει έναν κύκλο με το ίδιο μέγεθος όπως και πριν;*

Ζητήστε από τα παιδιά να ελέγξουν ότι μπορούν να δουν όλους τους συμμαθητές τους που κάθονται στην περιφέρεια αυτού του κύκλου. Μετακινήστε την τσάντα με τους σπόρους των φασολιών σε ένα νέο σημείο και σχηματίστε εκ νέου έναν κύκλο.

*Έχουμε δημιουργήσει έναν κύκλο με το ίδιο μέγεθος όπως και πριν;*

Ζητήστε από τα παιδιά να δουν τους γύρω τους μεμιάς χωρίς να περιστρέψουν τα κεφάλια τους. Πώς μπορεί να γίνει αυτό; Βοηθήστε τα παιδιά να συνειδητοποιήσουν ότι αν κάποιος στον κύκλο δεν μας τραβάει το βλέμμα και δεν ξεχωρίζει (π.χ. κάθετα πιο μπροστά ή πιο πίσω) τότε όλοι με το σώμα μας έχουμε σχηματίσει έναν τέλειο κύκλο. Η περιφερειακή μας όραση μας βοηθάει να το αντιληφθούμε αυτό πάρα πολύ γρήγορα.

Ζητήστε από όλους να σηκώσουν την ίδια στιγμή τα χέρια τους στον αέρα (δεξιά και αριστερά). Εξηγήστε ότι κάποιος που μπορεί να μας παρατηρεί, δεν θα πρέπει να βλέπει ότι κάποιος φαίνεται να ηγείται της ομάδας, να ξεχωρίζει. Δοκιμάστε αυτή τη δραστηριότητα όσες φορές θέλετε και σύντομα η ομάδα θα συντονιστεί καλύτερα. Μπορείτε να κάνετε ευγενικά παρατηρήσεις για τον τρόπο συνεργασίας ώστε να βοηθήσετε την ομάδα. Να κάνετε ερωτήσεις, όπως για παράδειγμα:

*Τι παρατηρείς; Τι νιώθεις?*

*Μπορούμε όλοι να χτυπήσουμε παλαμάκια την ίδια στιγμή; Υπάρχει χώρος για τον διπλανό μας; Ή τον εμποδίζουμε;*

Επαναλάβετε όσες φορές είναι απαραίτητο. Επισημάνετε ότι η δραστηριότητα αυτή απαιτεί και προϋποθέτει ότι σκεφτόμαστε όλοι μαζί και συντονισμένα.

*Τώρα θα εξερευνήσουμε τον χώρο που μας περιβάλλει.*

Η ομάδα περπατά χαλαρά, αργά και ήσυχα στον χώρο. Όχι σε κάποιο συγκεκριμένο σχήμα ή ζευγάρια. Θα πρέπει να φανταστούν ότι είναι μόνοι και δεν θα πρέπει να κοιτούν κανέναν στα μάτια. Θα πρέπει, ωστόσο, να προσπαθήσουν να κρατήσουν ολόκληρη την ομάδα στο οπτικό τους πεδίο, να τους βλέπουν όλους με την περιφερειακή τους όραση, έτσι ώστε να έχουν αίσθηση πού βρίσκεται ο καθένας. Στη συνέχεια, με τη σκέψη και τη συνεργασία, η ομάδα καλείται να συντονιστεί χρονικά και να σταματήσουν όλοι μαζί ταυτόχρονα. Επισημάνετε

στην ομάδα ότι αν προσπαθήσουν αρκετά και συνεργαστούν, θα καταφέρουν να σταματήσουν όλοι στον ίδιο χρόνο χωρίς κάποιας μορφής άλλη συνεννόηση. Στη συνέχεια, παροτρύνετε την ομάδα να κινηθεί, με το να ξεκινήσουν και να σταματήσουν όλοι μαζί ταυτόχρονα. Ρωτήστε:

*Τι παρατηρείτε; Τι νιώθετε; Τι σας άρεσε; Τι δεν σας άρεσε;*

*Και τώρα, από το σημείο που είμαστε μπορούμε και πάλι όλοι να σηκώσουμε τα χέρια μας ακριβώς την ίδια στιγμή, συντονισμένα;*

Όλοι κάθονται στον πιο τέλειο δυνατό κύκλο. Ξεκινήστε με ένα απλό κτύπημα, που λειτουργεί για να δώσει το ρυθμό. Όλοι μετράνε μαζί, με έναν τρόπο σαφή και καθαρό χωρίς να φωνάζουν. Ίσως έως το 15.

Μετρήστε και πάλι ως το 24. Αυτή τη φορά όλοι σηκώνουν και τα δύο χέρια σε κάθε πολλαπλάσιο του αριθμού 2. Μετρήστε και πάλι ως το 30. Αυτή τη φορά σηκώνουν όλοι τα χέρια σε καθένα από τα πολλαπλάσια του 3.

Μετρήστε ξανά ως το 36. Αυτή τη φορά ο μισός κύκλος σηκώνει τα χέρια σε πολλαπλάσια του 2, ο άλλος μισός σε πολλαπλάσια του 3. Τα παιδιά μπορούν να συζητήσουν όσα παρατήρησαν με τον/ην διπλανό/ή τους.

*Υπάρχουν αριθμοί για τους οποίους όλοι σηκώσαμε τα χέρια μας συντονισμένα; Ποιοι είναι αυτοί; Γιατί;*

Όλα τα χέρια σηκώνονται αρχικά στο ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των αριθμών. Μετά από αυτό, όλα τα χέρια ανυψώνονται μαζί σε πολλαπλάσια του ΕΚΠ. Ίσως χρειαστεί να επαναλάβετε αυτή την άσκηση αρκετές φορές, μέχρις ότου όλοι αντιληφθούν τον «ρυθμό» και τον κρατήσουν συντονισμένα. Τώρα δοκιμάστε να αλλάξετε τις δύο ομάδες, ώστε όσοι σήκωναν τα χέρια στα πολλαπλάσια του 2, να σηκώνουν τώρα στα πολλαπλάσια του 3 και το αντίστροφο.

Μετρήστε ως το 60. Αυτή τη φορά όλοι σηκώνουν τα χέρια σε πολλαπλάσια του 5. Μετρήστε και πάλι ως το 60. Αυτή τη φορά το κάθε ένα τρίτο της ομάδας σηκώνει τα χέρια στα πολλαπλάσια του 2, του 3 και του 5, αντίστοιχα. Επαναλάβετε όσες φορές είναι απαραίτητο.

*Συζήτησε με τον/ην διπλανό/ή σου, πότε θα σηκώσουμε τα χέρια μας όλοι μαζί; Γιατί; Αν μετρούσαμε σε πολλαπλάσια του 3, του 4 και του 5, πότε θα σηκώναμε τα χέρια όλοι μαζί; Γιατί;*

Ολοκληρώστε αυτή τη δραστηριότητα με το να σηκωθείτε και συντονισμένα να σηκώσετε όλοι μαζί τα χέρια.

## **Εργασία 2: Εξερευνούμε τα κοινά πολλαπλάσια (περίπου 1 διδακτική ώρα)**

Όλοι κάθονται ήρεμα χωρίς να κρατούν κάτι στα χέρια. Τα χέρια είναι το ένα πλάι στο άλλο μαζί στο τραπέζι ή στους γοφούς.

*Χωρίς να κινείτε το κεφάλι σας, προσπαθήστε να διαπιστώσετε πόσα άτομα μπορείτε να δείτε. Σε αντίθεση με τον κύκλο, δεν θα είναι όλοι ορατοί από τη θέση που βρίσκεστε. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορείτε όλοι να σηκώσετε τα χέρια σας μαζί, συντονισμένα όπως κάνατε στον κύκλο; Δοκιμάστε το και δείτε τι θα συμβεί.*

Εάν λειτουργήσει, ρωτήστε: *Πώς ήταν δυνατόν να συμβεί κάτι τέτοιο;*

Δημιουργήστε έναν απλό ρυθμό και επαναλάβετε μερικές από τις προηγούμενες κινήσεις ανύψωσης των χεριών. Τελειώστε μετρώντας ως το 36 με τα μισά άτομα του κύκλου να σηκώνουν τα χέρια σε πολλαπλάσια του 2 και τα άλλα μισά σε πολλαπλάσια του 3.

*Πότε σηκώσαμε όλοι μαζί τα χέρια μας; Αυτοί οι αριθμοί στους οποίους όλοι μαζί σηκώσαμε τα χέρια μας ονομάζονται κοινά πολλαπλάσια για τους αριθμούς 2 και 3. Πείτε ένα κοινό πολλαπλάσιο των 2 και 3. Και άλλο ένα.... Και άλλο ένα....*

Εξηγήστε ότι αυτοί οι αριθμοί είναι κοινοί και στους δύο πίνακες πολλαπλασιασμού (και στον πίνακα του πολλαπλασιασμού του 2 και σε αυτόν του 3). Όλα τα χέρια σηκώνονται συγχρόνως

αρχικά στον αριθμό (6) που είναι το ΕΚΠ των αριθμών που έχουν δοθεί. Μετά από αυτό, όλα τα χέρια σηκώνονται μαζί σε πολλαπλάσια του ΕΚΠ. Το ΕΚΠ των 2 και 3 είναι το 6.

Σε ποιον αριθμό σηκώνουμε πρώτη φορά τα χέρια όλοι μαζί;

$$2 \times 3 = 6 \longleftrightarrow 3 \times 2 = 6$$

Επαναλάβετε την άσκηση έως ότου όλοι μπορέσουν να κρατήσουν σωστά το ρυθμό συντονισμένα.

Μετρήστε ως το 60. Αυτή τη φορά η μισή ομάδα σηκώνει τα χέρια σε πολλαπλάσια του 4 και η άλλη μισή σε πολλαπλάσια του 5.

Συζητήστε με τον/ην διπλανό/ή σου, πότε θα συντονιστούμε όλοι μαζί; Ποιος αριθμός θα είναι αυτός στον οποίο για πρώτη φορά θα συντονιστούμε όλοι μαζί; Το 20, το 40 και το 60 είναι κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 4 και 5. Γιατί πιστεύετε τα αποκαλούμε κοινά πολλαπλάσια;

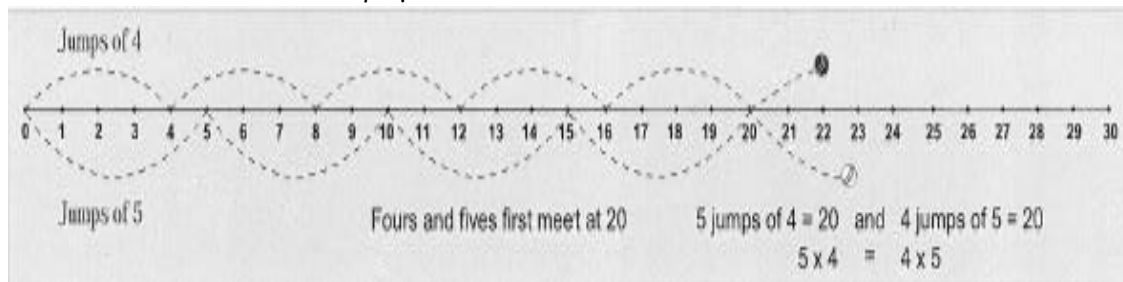
$$4 \times 5 = 20 \longleftrightarrow 5 \times 4 = 20$$

Ζητήστε από τα παιδιά να σας πουν ποιος μπορεί να είναι ο κανόνας. Σε αυτό το σημείο, τα παιδιά είναι πιθανό να σας προτείνουν ότι ο κανόνας είναι να πολλαπλασιάζετε τους δύο αριθμούς μαζί.

Αυτή είναι μια υπόθεση. Είναι καλή ιδέα. Φαίνεται πιθανή, αλλά δεν ξέρουμε ακόμα αν είναι σωστή. Θα μάθουμε.

Δείτε την παρακάτω εικόνα.

Συζητήστε τα βήματα ανά 4 ή ανά 5 ως τα 20 και πώς μπορούμε να δούμε στην εικόνα τα κοινά πολλαπλάσια των δύο αριθμών.



Η έννοια της υπόθεσης είναι μια πλούσια, βαθιά και θεμελιώδης έννοια για τα μαθηματικά. Αυτό το μάθημα προσφέρει μια πρώτη εικόνα αυτής της έννοιας –είναι αναμενόμενο ότι τα παιδιά μπορεί να έχουν προηγούμενες εμπειρίες, οι οποίες θα τα βοηθήσουν στη συνέχεια, πριν αρχίσουν να κατανοούν τι ακριβώς αφορά.

Βάλτε στο τραπέζι κάθε ομάδας μια πλαστικοποιημένη αριθμογραμμή μέχρι το 60 τουλάχιστον ή κατά προτίμηση μέχρι το 100. Χρησιμοποιώντας την πλαστικοποιημένη αριθμογραμμή και τους κατάλληλους μαρκαδόρους, τα παιδιά βρίσκουν τα επόμενα δύο κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 5, το 40 και το 60 (και εάν η πλαστικοποιημένη αριθμογραμμή επεκτείνεται ως το 100, και τα υπόλοιπα). Τα παιδιά θα εξερευνήσουν στην ίδια αριθμογραμμή τα άλματα-βήματα ανά 3 και ανά 7, ανά 3 και ανά 9, ανά 3 και ανά 4, ανά 4 και ανά 6. Θα διαπιστώσουν ότι ο κανόνας που είχαν διατυπώσει παραπάνω δεν λειτουργεί για βήματα ανά 3 και ανά 9 ή ανά 4 και ανά 6. Η πορεία αυτή μπορεί να βοηθήσει τα παιδιά να αναπτύξουν την ιδέα της υπόθεσης για να κατανοήσουν την ανάγκη για απόδειξη μέσα από την εμπειρία τους με πράγματα που δεν λειτουργούν (ακόμη κι αν μοιάζουν ότι θα λειτουργήσουν) αλλά και για όσα λειτουργούν.

Όταν οι αριθμοί εκκίνησης έχουν έναν κοινό διαιρέτη, ο "κανόνας" για το ΕΚΠ δεν λειτουργεί. Για παράδειγμα, το ΕΚΠ των 4 και 6 είναι το 12 και όχι το 24. Αυτό συμβαίνει επειδή το 4 και το 6 έχουν κοινούς διαιρέτες.

Τα παιδιά καταγράφουν στα τετράδιά τους τα κοινά πολλαπλάσια μέχρι το 60, ή και πάνω από τα ζευγάρια αριθμών που έχουν διερευνήσει, και κυκλώνουν το ΕΚΠ με ένα χρώμα και τα

πολλαπλάσια του ΕΚΠ με ένα άλλο. Ενθαρρύνετε τους να σκεφτούν γιατί ο κανόνας λειτουργεί μερικές φορές, αλλά όχι πάντα. Οποιοσδήποτε ιδέες μπορούν να δοκιμαστούν με νέα ζεύγη αριθμών. Δημιουργήστε μια ομάδα στην τάξη και ζητήστε από τις ομάδες να μοιραστούν αυτά που έχουν ανακαλύψει.

### **Εργασία 3: Αριθμοί που... χοροπηδούν (περίπου 1 διδακτική ώρα)**

Τα παιδιά κάνουν έναν όσο το δυνατόν πιο καλοσχηματισμένο κύκλο. Ξεκινώντας από τον/την εκπαιδευτικό, κάθε άτομο στην τάξη θα κάνει ένα επιτόπιο άλμα. Επαναλάβετε αλλά αυτή τη φορά πηδώντας σε ζευγάρια –τα δύο πρώτα παιδιά μαζί, ο τρίτος και ο τέταρτος μαζί και ούτω καθεξής. Κάθε ζευγάρι προσπαθεί να πηδήξει συντονισμένα. Όταν τα ζευγάρια έχουν ολοκληρώσει, ρωτήστε αμέσως την ομάδα εάν ο αριθμός τους είναι μονός ή ζυγός.

*Ο αριθμός των ατόμων της ομάδας είναι πολλαπλάσιο του δύο; Πώς το ξέρουμε αυτό; Αν ο αριθμός των ατόμων της ομάδας είναι μονός, το πρόσωπο που βρίσκεται στην άκρη αριστερά έχει μονό αριθμό ή ο συνολικός αριθμός των προσώπων της ομάδας είναι μονός; Εάν το σύνολο των ατόμων της ομάδας είναι μονός αριθμός, τι μπορούμε να κάνουμε;*

Οδηγήστε τη συζήτηση στην ιδέα να συνεχίσετε για δεύτερη φορά. *Αν ολοκληρωθεί ο ένας γύρος, συνεχίζουμε αμέσως στον επόμενο. Θα πηδήξετε με το ίδιο άτομο τη δεύτερη φορά;*

Κάνετε τον κύκλο να αποτελείται από μονό αριθμό ατόμων αν δεν είναι ήδη, με την έξοδο ή την παραμονή σας στον κύκλο, και ενθαρρύνετε την ομάδα να χοροπηδήσει δύο φορές σε ζεύγη. Τη δεύτερη φορά δεν θα υπάρξει κανένας που να περισσεύει (γιατί το άθροισμα ενός μονού αριθμού με τον εαυτό του δίνει ζυγό).

*Γιατί δεν περισσεύει κανείς; Τι παρατηρήσατε; Τι νιώσατε;*

Κατευθύνετε τη συζήτηση στην ιδέα ότι είναι ωραίο να φαίνονται δύο άτομα να κινούνται συντονισμένα. Ρωτήστε πώς είναι δυνατόν να γίνεται αυτό. Συζητήστε κάποιους τρόπους: π.χ. χρησιμοποιώντας επαφή με τα μάτια ή σκεπτόμενοι μαζί ή αποφασίζοντας μαζί και ούτω καθεξής.

Παραμένοντας ή εγκαταλείποντας τον κύκλο και έχοντας ένα παιδί ως παρατηρητή, αν είναι απαραίτητο, φτιάξτε έναν κύκλο στον οποίο ο αριθμός των προσώπων δεν είναι πολλαπλάσιο του τρία και χοροπηδήστε σε τριάδες. Όπως και πριν, συνεχίστε να χοροπηδάτε γύρω από τον κύκλο, ώστε τελικά κανείς να μην μείνει μόνος του.

*Πόσες φορές χρειάστηκε να το επαναλάβουμε, ώστε κανείς να μην μείνει μόνος του;*

Είναι πιθανόν ότι δεν θα συνειδητοποιήσουν όλοι ότι πρέπει να περάσουν τρεις φορές το πλήθος των συμμετεχόντων στον κύκλο για να φτιάξουμε ένα πολλαπλάσιο του τρία. Ενθαρρύνετε τη συζήτηση, ρωτώντας αν θα έπρεπε να περάσουμε δύο φορές τον κύκλο εάν χοροπηδούσαμε σε τριάδες και αφήστε το ερώτημα ανοιχτό σε αυτό το στάδιο.

*Πώς είναι δυνατόν τρία άτομα να χοροπηδούν συγχρόνως; Μήπως η αίσθηση είναι διαφορετική σε σχέση με τα δύο άτομα;*

Εξηγήστε ότι στη συνέχεια τα πρόσωπα δεν θα έχουν πλέον άμεση επαφή με τα μάτια, οπότε θα πρέπει να χρησιμοποιούν την περιφερειακή όραση και θα πρέπει να σκέφτονται περισσότερο συντονισμένα. Περιγράψτε στα παιδιά ότι για να γίνει ευκολότερο το όλο εγχείρημα μπορούν: να πάνε πιο αργά, να έχουν περισσότερο χρόνο, να περιμένουν μέχρι να ξέρουν ότι όλοι είναι έτοιμοι.

Επαναλάβετε τις δραστηριότητες με χοροπηδήματα σε τετράδες. Ο αριθμός των παιδιών που απαρτίζουν τον κύκλο είναι πολλαπλάσιο του 4; Αν όχι, συνεχίστε το χοροπηδήμα και επαναλάβετε ξανά και ξανά ολόγυρα στον κύκλο. Πόσες φορές χρειάστηκε να γυρίσετε στον κύκλο συνολικά; Αν ο αριθμός των ατόμων που απαρτίζουν τον κύκλο είναι ζυγός, αλλά όχι πολλαπλάσιος του τέσσερα, πρέπει να κάνουμε τον κύκλο δύο φορές συνολικά. Αν είναι μονός, πρέπει να κάνουμε τον κύκλο τέσσερις φορές συνολικά. Ρυθμίστε τον αριθμό των ατόμων στον κύκλο, ώστε τα παιδιά να εφαρμόσουν και τις τρεις δυνατότητες.

Αν συμβούν λάθη, τονίστε την ιδέα ότι είναι ευθύνη όλων. Ενώ η ομάδα συνεργάζεται, πρέπει όλοι να είναι συγκεντρωμένοι όλη την ώρα, ώστε να διασφαλιστεί ότι τα σωστά πρόσωπα θα χοροπηδήσουν μαζί. Επίσης, τονίστε ότι πρέπει να δώσουμε τον απαραίτητο χρόνο και να περιμένουμε μέχρις ότου όλοι είναι έτοιμοι.

Ζητήστε από τα παιδιά σιωπηλά να χωριστούν σε τρεις άνισες ομάδες. Δώστε σε κάθε ομάδα ένα μεγάλο φύλλο χαρτιού και έναν κατάλληλο μαρκαδόρο. Εξηγήστε ότι πρόκειται να επαναλάβουν τα πεδημάτα όπως πριν, αλλά στον μικρότερο κύκλο τους.



© Sarah Ainslie

© Sarah Ainslie. Permission given to reproduce.

Κάθε φορά θα ρωτούν τους εαυτούς τους:

*Μήπως πρέπει να γυρίσουμε περισσότερες από μία φορές τον κύκλο;*

*Πόσες φορές χρειαζόταν να γυρίσουμε;*

Καταγράφουν τι συμβαίνει στο χαρτί και αναζητούν μοτίβα και εξηγήσεις. Τι προβλέψεις μπορούν να κάνουν;

Καλέστε τα παιδιά να καθίσουν στον κύκλο. Ζητήστε από κάθε ομάδα να μοιραστεί μερικά από τα στοιχεία που έχει ανακαλύψει.

Τελειώστε με αλυσίδες προσώπων που χοροπηδούν, γυρνώντας γύρω τον κύκλο ένας-ένας αρχικά, στη συνέχεια σε δυάδες, σε τριάδες χωρίς να σταματούν. Αυτό είναι δύσκολο, αλλά δίνει μεγάλη ικανοποίηση, όταν λειτουργεί. Αυτή η δραστηριότητα στοχεύει να καλλιεργήσει τη συνεργασία, τη συγκέντρωση και την προσοχή των μελών μιας ομάδας. Πρόκειται για μια άσκηση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τη διάρκεια όλου του σχολικού έτους και δίνει μεγάλη ευχαρίστηση στα παιδιά η αίσθηση ότι όλη η ομάδα αποκτά την ικανότητα να κινείται ρυθμικά. Η δεξιότητα αυτή μπορεί να επεκταθεί με τη δημιουργία ρυθμικών μοτίβων με μεγαλύτερους αριθμούς, αυξάνοντας τον ρυθμό όσο προχωράει η αριθμογραμμή και να μειώνεται όσο επιστρέφει από εκεί που άρχισε.

#### **Εργασία 4: Πετώντας το κουβάρι (περίπου 1 διδακτική ώρα)**

Ζητείστε από περίπου 8 ή 9 παιδιά να σχηματίσουν έναν μικρό κύκλο στο μπροστινό μέρος της τάξης. Βεβαιωθείτε ότι ο αριθμός των παιδιών δεν είναι πρώτος αριθμός και ότι διαφέρει από οποιοδήποτε από τα μεγέθη ομάδας σχηματίστηκαν κατά την προηγούμενη δραστηριότητα. Επιλέξτε ένα διαιρέτη,  $F$ , του μεγέθους της ομάδας. Επιλέξτε ένα παιδί να είναι το μηδέν και δώστε του το καπέλο που αντιπροσωπεύει το μηδέν για να φορέσει.

Ξεκινώντας από το μηδέν, ζητήστε από τα παιδιά να ρίξουν ένα κουβάρι από μαλλί στο πρόσωπο που απέχει  $F$  θέσεις από αυτά γύρω από τον κύκλο (άλμα μεγέθους  $F$ ). Το παιδί που αντιπροσωπεύει το μηδέν κρατά την άκρη του κουβαριού και το μαλλί ξετυλίγεται γύρω από τον κύκλο καθώς αυτό κινείται.

*Τι έχει συμβεί; Πέρασε από όλους το κουβάρι; Πόσες φορές πέρασε το κουβάρι γύρω από τον κύκλο; Τι σχήμα έχουμε φτιάξει με τις κλωστές που κρατάμε στο εσωτερικό του κύκλου;*

Επιλέξτε τώρα έναν αριθμό  $C$ , ώστε οι αριθμοί  $C$  και το πλήθος των παιδιών στον κύκλο να είναι μεταξύ του πρώτου (δηλαδή να μην έχουν άλλον κοινό διαιρέτη εκτός από το 1).

Ξεκινώντας από το μηδέν, ζητήστε από τα παιδιά να ρίξουν το κουβάρι του μαλλιού στο πρόσωπο που είναι  $C$  θέσεις από αυτά γύρω από τον κύκλο (άλμα μεγέθους  $C$ ). Το παιδί που

αντιπροσωπεύει το μηδέν κρατά την άκρη του κουβαριού και το μαλλί ξετυλίγεται γύρω από τον κύκλο καθώς αυτό πετιέται από άτομο σε άτομο.

*Τι έχει συμβεί; Μήπως τώρα πέρασε από όλους το κουβάρι; Πόσες φορές πέρασε το κουβάρι γύρω από τον κύκλο; Τι σχήμα έχουμε φτιάξει;*

Τα παιδιά εργάζονται τώρα σε μικρές ομάδες και διερευνούν κύκλους με διαφορετικούς αριθμούς, σημεία θέσης και μεγέθη αλμάτων. Εάν είναι διαθέσιμη η αίθουσα υπολογιστών, μπορούν ελεύθερα να διερευνήσουν κύκλους σημείων της επιλογής τους μέσω του προγράμματος Geogebra. Εάν οι υπολογιστές δεν είναι διαθέσιμοι, μπορούν να εξερευνήσουν κύκλους 10, 12, 13 και 20 σημείων σε φύλλα εργασίας.

Ρωτήστε και δοκιμάστε να απαντήσετε όσο το δυνατόν περισσότερα ενδιαφέροντα μαθηματικά ερωτήματα. Δημιουργήστε και καταγράψτε υποθέσεις. Προσπαθήστε να κινητοποιήσετε τα παιδιά να εξηγήσουν και να δικαιολογήσουν αυτό που ανακάλυψαν.

Υπάρχουν πολλά διαφορετικά ερωτήματα που μπορούν να τεθούν.

Για παράδειγμα:

- *Τι συμβαίνει με ένα άλμα μεγέθους 1;*
- *Μπορώ να κάνω πάντα το ίδιο σχήμα με διαφορετικό τρόπο στον ίδιο κύκλο;*
- *Πότε μπορώ να κάνω ένα τετράγωνο; Ένα τρίγωνο; Ένα πεντάγωνο και ούτω καθεξής.*
- *Πότε επισκέπτομαι κάθε σημείο;*
- *Υπάρχουν κύκλοι όπου πάντα με κάνουν να περνάω από κάθε σημείο;*
- *Τι είδους αριθμοί είναι αυτοί;*

Έχετε αυτές τις ερωτήσεις στο μυαλό σας για να ωθήσετε τα παιδιά, αν δυσκολεύονται να κάνουν τις δικές τους ερωτήσεις.

Μια ακόμη ερώτηση προς διερεύνηση αφορά τον υπολογισμό του αριθμού των γραμμών που διαγράφονται με την κλωστή μέσα στον κύκλο, από σημείο σε σημείο και του αριθμού των περιστροφών γύρω από τον κύκλο. Και πάλι, ενθαρρύνετε τα παιδιά να κάνουν προβλέψεις και να δικαιολογήσουν τη σκέψη τους.

## Επέκταση της Μάθησης

Δραστηριότητες για την επέκταση της μάθησης έχουν προταθεί παραπάνω. Μπορείτε βοηθητικά, κι αν το μέρος σας το επιτρέπει, να σημειώσετε με κιμωλία τις απαιτούμενες γραμμές για την εργασία 4 'πετώντας το κουβάρι'. Καθ' όλη τη διάρκεια της δραστηριότητας είναι σημαντικό να δοθούν ευκαιρίες συζήτησης, για να καταστούν σαφείς οι δεσμοί μεταξύ συνεργασίας, αμοιβαίας εμπιστοσύνης και σεβασμού σε θέματα που αφορούν την κατανόηση αριθμητικών ποσοτήτων.

## Άλλοι Πόροι (υλικοί και ανθρώπινοι)

Περαιτέρω ιδέες για ενσώματες δράσεις σχετικές με τα πολλαπλάσια και τους διαιρέτες καθώς και σε άλλους τομείς του προγράμματος σπουδών για τα μαθηματικά στο πρόγραμμα του Δημοτικού σχολείου είναι διαθέσιμα στη διεύθυνση <http://www.embodyingmathsproject.com/>.

## Ηθικά ζητήματα ή διλήμματα

Σε δράσεις όπως αυτή που απαιτείται εστίαση στο σώμα και την σωματική κίνηση, υπάρχει ανάγκη για ευαισθητοποίηση σε ζητήματα διαφορετικότητας, καθώς και της σχέσης του ατόμου με την εικόνα του σώματός του, ή ακόμη και σε θέματα που αφορούν διάφορες δυσκολίες κίνησης, όρασης, κιναισθητικής και οπτικής αντίληψης κλπ. Για τα παιδιά που χρησιμοποιούν αναπηρικά αμαξίδια, μερικές από τις ενσώματες δραστηριότητες θα λειτουργήσουν αποτελεσματικά, όπως για παράδειγμα, το να σταματήσουν και να αρχίσουν συντονισμένα με τους άλλους. Για κάποιους η δραστηριότητα που αφορά συντονισμό για την πραγματοποίηση βηματισμών ή αλμάτων θα πρέπει να προσαρμοστεί, ώστε να μην



δημιουργούνται εντάσεις και αποκλεισμοί. Θα πρέπει να έχουμε επίγνωση ότι τόσο η κίνηση όσο και η ακινησία, η δυνατότητα εστίασης ή συγκέντρωσης και η ενσυναίσθηση είναι δεξιότητες που απαιτούνται σε αυτή τη δραστηριότητα, οι οποίες δεν είναι όλες το ίδιο για όλα τα παιδιά. Για να διατηρήσουμε τον αμοιβαίο σεβασμό και τη συνοχή της ομάδας μας τα όποια λάθη πρέπει να θεωρούνται ομαδική ευθύνη και όχι λάθη ενός ατόμου.