

# CORPOS MATEMÁTICOS<sup>1</sup>

## Descrição

Esta atividade destina-se a construir um grupo de aprendizagem em que todos sejam importantes e tenham papéis iguais a desempenhar. Oferece uma experiência incorporada de múltiplos e fatores, múltiplos comuns, primos e coprimos.

A atividade tem quatro partes: Fazer o círculo e trabalhar em conjunto; Explorar os múltiplos comuns; Saltar números; Atirar a lã.

## Cidadania global - competências trabalhadas

- Interações positivas com pessoas diferentes;
- Empreender ações construtivas para o bem-estar social;
- Comunicação e cooperação;
- Resolução de conflitos.

## Cidadania global - conteúdos

Desigualdades e hierarquias, Buen ViVir (integração social-ecológica)

## Abordagens matemáticas

- Procurar padrões e ligações;
- Fazer perguntas a si mesmo/mesma;
- Ser organizado e sistemático;
- Ser resiliente e flexível;
- Fazer conjecturas e investigações;
- Visualizar, imaginar e usar a intuição;
- Utilizar abordagens incorporadas e multissensoriais;
- Usar a argumentação e o raciocínio.

## Conteúdos matemáticos

---

<sup>1</sup> Estas tarefas utilizam materiais desenvolvidos no âmbito de uma colaboração entre o Complicite Theatre Ensemble e a Sheffield Hallam University.

Múltiplos, fatores, múltiplos comuns, primos e coprimos

## Recursos necessários

Para cada pequeno grupo: uma faixa laminada de números - no mínimo até 60, de preferência até 100; uma folha de papel grande e um marcador adequado;

Ou um computador para cada pequeno grupo e a ficha de trabalho eletrónica disponível em <http://tube.geogebra.org/material/show/id/1385121> ou uma provisão de fichas de trabalho circulares de 10, 12, 13 e 20 pontos.

Para a turma toda: um saco de feijões; um novelo de lã que se desenrole facilmente; um “chapéu zero”.

## Tempo necessário (dentro e fora da sala de aula)

Aproximadamente 4 horas de tempo curricular – metade na sala de aula e metade num espaço maior.

## Questões práticas e de organização

Nesta atividade, a ênfase recai no trabalho de todos em conjunto, mas em algumas tarefas as crianças irão trabalhar em grupos pequenos. Muitas das tarefas podem ser utilizadas ao longo do ano, sempre que seja necessário restabelecer a concentração e a consciência do grupo.

## Plano de ensino sugerido

### Tarefa 1: Fazer o círculo e trabalhar em conjunto (aprox. 1 hora)

O círculo torna todos igualmente importantes. E todos se podem ver uns aos outros.

- *Vamos trabalhar como um grupo, o que significa trabalharmos e pensarmos todos em conjunto. Se a atividade correr mal, a responsabilidade é de todos.*

Ponha um saco de feijões no chão. Peça às pessoas para se posicionarem todas exatamente à mesma distância do saco de feijões.

- *Qual é a forma que criámos? Por que se formou um círculo?*

*Por que poderá ser uma boa forma para trabalharmos em conjunto?*

Peça às crianças para se certificarem de que conseguem ver toda a gente. Desloque o saco de feijões e forme outra vez o círculo.

- *O novo círculo tem o mesmo tamanho do anterior?*

Peça às crianças para verem toda a gente sem mexer a cabeça. Como é isto possível? Ajude as crianças a perceber que, não olhando para ninguém em especial, conseguem-se incluir todos na nossa visão periférica.

Peça a todos que ponham as mãos no ar **exatamente ao mesmo tempo**. Explique que quem estiver a ver de fora não deverá conseguir ver ninguém a “comandar”. Repita isto quantas vezes quiser. O grupo irá melhorar rapidamente. Refira este facto.

- *O que observam? O que sentem?*
- *Conseguimos bater palmas exatamente ao mesmo tempo?*

Repita as vezes necessárias. Relembre que isto é pensar em conjunto.

- *Agora vamos explorar o espaço todo.*

O grupo caminha, calma e lentamente, em torno do espaço, em silêncio. Não em círculos, e não acompanhados. Devem imaginar que estão sozinhos e não olhar para ninguém diretamente. Devem tentar manter o grupo dentro do seu campo de visão periférica, de modo a “saberem” onde todos estão. E então, pensando e trabalhando em conjunto, encontram o instante exato em que todos param ao mesmo tempo. Enfatize a ideia de que, se tentarem mesmo trabalhar juntos, a paragem torna-se “mágica”. O próximo passo é fazê-los, não só parar, mas também começar ao mesmo tempo.

- *O que observam? O que sentem? De que é que não gostam? E agora, aqui onde estamos, conseguimos todos outra vez levantar as mãos exatamente ao mesmo tempo?*

Sentam-se todos, formando um belo círculo. Marque um ritmo simples. Todos contam juntos, claramente mas em voz baixa - até 15, por exemplo.

Contem novamente, até 24. Desta vez, todos levantam as duas mãos a cada múltiplo de 2. Contem outra vez, até 30. Agora, todos levantam as mãos a cada múltiplo de 3.

Contem de novo, até 36. Desta vez, metade do círculo levanta as mãos nos múltiplos de 2, e a outra metade nos múltiplos de 3.

- *Existem números nos quais todos levantamos as mãos juntos? Quais são eles? Porquê?*

Todas as mãos sobem ao mesmo tempo, pela primeira vez, quando se alcança o mínimo múltiplo comum (MMC) dos dois números. Depois disso, todas as mãos se erguem juntas nos múltiplos do MMC. Pode precisar de repetir este exercício várias vezes até todos conseguirem manter o ritmo juntos. Agora, experimente fazer os grupos trocarem de número.

## Tarefa 2: Explorar os múltiplos comuns (aprox. 1 hora)

Todos sentados, em silêncio, as mãos vazias juntas sobre a mesa ou junto ao corpo.

- *Sem mexer a cabeça, percebes quantas pessoas consegues ver. Ao contrário do círculo, agora já não são todas. Quer isso dizer que não conseguirão levantar as mãos ao mesmo tempo, como fizeram no círculo? Experimentem e vejam.*

Se funcionou, pergunte: como foi possível?

Estabeleça um ritmo simples e repita alguns dos exercícios anteriores de levantar as mãos. Termine contando até 36, com metade do grupo levantando as mãos nos múltiplos de 2 e a outra metade nos de 3.

- *Quando é que levantámos as mãos todos juntos? Nos números que se chamam **múltiplos comuns**. Digam-me um múltiplo comum de 2 e 3. E outro. E outro. E outro...*

Conclua que estes números são comuns a ambos os grupos. Todas as mãos se erguem juntas quando chegam ao MMC dos números. Depois, levantam-se juntas novamente nos múltiplos do MMC. O MMC de 2 e 3 é 6.

- *Em que número estamos juntos pela primeira vez?*

$$2 \times 3 = 6 \quad \longleftrightarrow \quad 3 \times 2 = 6$$

Repita o exercício até que todos marquem o ritmo em conjunto.

Conte até 60. Desta vez, metade do grupo levanta as mãos nos múltiplos de 4, e a outra metade nos de 5.

- *Quando é que vemos todas as mãos no ar juntas? Em que número estamos juntos pela primeira vez? 20, 40 e 60 são múltiplos comuns de 4 e 5. Por que razão lhes chamamos múltiplos comuns?*

$$4 \times 5 = 20 \quad \longleftrightarrow \quad 5 \times 4 = 20$$

Pergunte às crianças qual é, aparentemente, a regra. A esta altura, é provável que sugiram que basta multiplicar os dois números.

- *Trata-se de uma **conjetura**. É uma boa ideia. Parece realmente ser assim, mas ainda não sabemos ao certo. Vamos descobrir.*

Mostre-lhes a imagem abaixo.

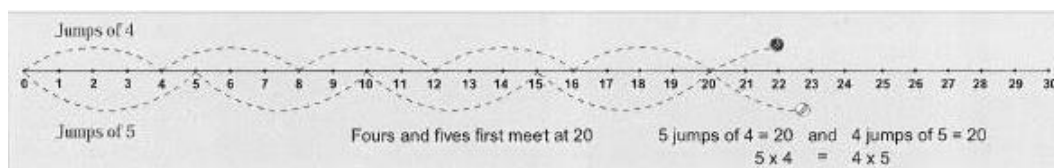


Figure 1 Smile 0895. Copyright free. Downloadable from <https://www.stem.org.uk/>

Discuta os saltos até ao 20, e como podemos ver os múltiplos comuns.

A ideia de conjectura é muito rica e profunda, sendo essencial para se fazer matemática. Esta lição proporciona uma primeira experiência desta ideia – é natural que as crianças precisem de muitas experiências semelhantes até começarem a perceber o que ela significa.

Ponha na mesa de cada grupo uma tira plastificada com números marcados – pelo menos até ao 60, de preferência até aos 100. Usando a tira numérica e canetas de feltro, as crianças encontram os próximos dois múltiplos comuns de 4 e 5 – 40 e 60 (e mais ainda, se a tira for maior). A seguir, as crianças investigam os saltos de 3 e 7, 3 e 9, 3 e 4, 4 e 6. Vão descobrir que a regra **não funciona** para 3 e 9, nem para 4 e 6. Quando os números iniciais têm um fator comum, a “regra” para o MMC não funciona. Por exemplo, o MMC de 4 e 6 é 12, e não 24. Isto acontece porque 4 e 6 têm fatores em comum. Vai ajudar as crianças a desenvolver a ideia de conjectura e a compreender a necessidade da prova, quando encontram coisas que **não funcionam** (mesmo que pareçam plausíveis), para além das que funcionam.

As crianças escrevem nos seus cadernos os múltiplos comuns - até 60 ou mais além - dos pares de números que investigaram. Assinalam com um círculo o MMC de cada par numa cor, e o seu produto noutra cor. Encoraje-os a refletir sobre o motivo por que a regra funciona em alguns casos mas não em outros. Qualquer ideia que surja pode ser testada usando novos pares de números. Reúna a turma e peça aos grupos para partilharem as suas descobertas.

### Tarefa 3: Saltar aos números (aprox. 1 hora)

As crianças formam um belo círculo. Começando pelo professor, cada pessoa na sala dá um salto. Repita, mas desta vez saltando aos pares – as duas primeiras crianças, a terceira e a quarta, e por aí adiante. Cada par tenta saltar exatamente em sincronia. Após os pares saltarem, pergunte imediatamente ao grupo se o número do grupo é par ou ímpar.

- *Seremos um múltiplo de 2? Como saber? Se somos ímpares, é a pessoa “abandonada” que é ímpar, ou o grupo todo? Se o grupo for ímpar, o que podemos fazer?*

Oriente a discussão para a ideia de fazer uma segunda rodada de saltos.

- *Na segunda vez, vais saltar com a mesma pessoa?*

Mantendo-se no círculo, ou saindo dele, torne o círculo ímpar, caso ainda não o seja, e faça duas rodadas de saltos aos pares. Da segunda vez, ninguém será deixado sozinho.

- *Porquê? O que observaram? O que sentiram?*



Oriente a discussão para a ideia de que sabe bem ver duas pessoas a saltar exatamente juntas. Pergunte como é isto possível. Induza a resposta: usando contacto visual, pensando em conjunto, decidindo em conjunto e por aí fora. Os corpos e os cérebros das pessoas são surpreendentemente bons a pensar e a trabalhar juntos.

Mantendo-se no círculo, ou saindo dele, e colocando uma criança como observadora se necessário, faça com que o círculo não seja múltiplo de 3 e ponha-os a saltar em grupos de 3. Tal como antes, continuem a saltar ao longo do círculo até que ninguém fique “abandonado”.

- *Quantas rodadas tivemos de fazer?*

É provável que nem todos percebam que têm de completar três voltas ao círculo para chegar a um múltiplo de 3. Abra espaço para a discussão; pergunte se alguma vez teríamos de dar duas voltas quando estamos a saltar a três, e por enquanto, deixe a discussão em aberto.

- *Como é possível três pessoas saltarem juntas? Parece diferente de saltar a dois? A sensação é diferente?*

Leve-os a dizer que já não temos contacto visual, por isso temos de usar a visão periférica e um pensamento em conjunto mais avançado. Faça-os acrescentar que, para facilitar, podemos ir mais devagar, esperar até que todos estejam prontos.

Repita, agora com todos a saltar a quatro. O número é múltiplo de 4? Se não, façam mais uma rodada. Quantas vezes, no total? Se o número for par, mas não um múltiplo de 4, teremos de completar duas voltas. Se for ímpar, teremos de fazer quatro rodadas. Vá ajustando o número de pessoas do círculo, para que as crianças experimentem as três possibilidades.



Figure 2: © Sarah Ainslie. Reprodução autorizada

Se acontecerem erros – e vão acontecer – reforce a ideia de que a responsabilidade é de todos. Quando o grupo está a trabalhar em conjunto, temos de estar sempre concentrados para termos a certeza de que saltam as pessoas certas de cada vez. Reforce também que temos de esperar até que todos estejam prontos.

Peça às crianças que, sem falar, se dividam em três grupos desiguais. Dê a cada grupo uma folha de papel grande e um marcador adequado. Explique-lhes que vão repetir os saltos, tal como antes, mas agora dentro dos seus círculos mais pequenos. De cada vez terão que responder à pergunta:

- *Precisámos de completar mais do que uma volta? Quantas voltas tivemos de dar?*

Eles anotam no papel o que acontece, e procuram padrões e explicações. Que predições podem fazer? Chame as crianças para que se sentem outra vez no círculo da turma. Peça a cada grupo que partilhe algumas das coisas que descobriu.

Termine com saltos em cadeia: as crianças saltam uma a uma, duas a duas, e finalmente três a três, sem pararem. É difícil, mas é muito gratificante quando funciona. Esta tarefa promove o trabalho conjunto, a concentração e a atenção. É um exercício que pode ser usado ao longo do ano, podendo dar ao grupo grande prazer por se ir tornando eficiente na criação de padrões, rítmica e bem oleada. Pode ser ampliado escolhendo números maiores, e também aumentando o número e depois diminuindo até um.

#### **Tarefa 4: Atirar a lã (aprox. 1 hora)**

Peça a 8 ou 9 crianças para formarem um pequeno círculo em frente à turma. Certifique-se de que o número de crianças não é primo, além de ser diferente dos tamanhos dos grupos da tarefa anterior. Escolha um fator,  $F$ , do tamanho do grupo.

Escolha uma criança para ser o zero e dê-lhe o “chapéu zero” para pôr na cabeça.

Começando pelo zero, peça às crianças que atirem o novelo de lã à pessoa que está a  $F$  passos de distância ao longo do círculo. O zero segura a ponta do fio de lã enquanto o novelo se vai desenrolando e atravessa o círculo.

- *O que aconteceu? Todos tiveram a sua vez? Quantas vezes percorremos o círculo? Que forma desenhamos?*

Escolha um número,  $C$ , que seja coprimo do tamanho do grupo. Dois números são coprimos quando só têm em comum o fator 1. Começando



pelo zero, peça às crianças que atirem o novelo à pessoa que está a C passos de distância ao longo do círculo. O zero segura na extremidade do fio e o novelo vai-se desenrolando e atravessa o círculo.

- *O que aconteceu? Todos tiveram a sua vez? Quantas vezes percorremos o círculo? Que forma desenhámos?*

As crianças trabalham agora em pequenos grupos, investigando diferentes números de pontos no

círculo e saltos de diferentes tamanhos. Se houver computadores disponíveis, podem explorar livremente diferentes círculos à sua escolha. Se não houver, podem investigar círculos de 10, 12,

13 e 20 pontos, nas fichas de trabalho.

Façam e tentem responder a tantas perguntas matemáticas interessantes quantas puderem. Façam e registem conjecturas. Tentem explicar e justificar as vossas descobertas.

- Há muitas perguntas que se podem fazer. Por exemplo:
- que acontece com um salto de tamanho 1?
- Consigo sempre fazer a mesma forma, de maneira diferente, no mesmo círculo?
- Quando posso fazer um quadrado? Um triângulo? Um pentágono? E assim por diante.
- Quando é que passo por todos os pontos?
- Há alguns círculos em que visito sempre todos os pontos?
- Que espécie de números são estes?

Tenha estas perguntas em mente, para ajudar as crianças caso elas tenham dificuldade em fazer as suas próprias perguntas.

Uma questão mais difícil de explorar implica contar o número de linhas e o número de voltas em torno do círculo. Mais uma vez, encoraje as crianças a formular previsões e a justificar o seu raciocínio. Esta investigação é muito rica, e talvez queira gastar duas ou três aulas nesta tarefa.

## Expandir a aprendizagem

Foram sugeridas acima algumas atividades de extensão da aprendizagem. Ao longo da atividade, é importante proporcionar oportunidades de discussão, deixando clara a ligação entre o trabalho conjunto e a confiança e o respeito mútuos.



## Outros recursos (humanos e materiais)

Mais ideias para o trabalho incorporado sobre múltiplos e fatores, além de outros tópicos do currículo primário de matemática, estão disponíveis em <http://www.embodimentmathsproject.com/>. Adicione mais recursos que podem ser úteis, tais como: hiperligações, tutoriais em vídeo, livros, etc.

## Questões e dilemas éticos

Em qualquer trabalho centrado no corpo, é preciso estar alerta para questões de diversidade, incapacidade, *body shaming*, (crítica humilhante do corpo alheio) e outras questões de diferença. Para crianças em cadeiras de rodas, algumas tarefas corporais funcionam bem – p. ex. começar e parar todos ao mesmo tempo.

Outras tarefas, p. ex. saltar, exigem adaptações para serem inclusivas. Estar quieto, concentrado e ciente dos outros - tudo atitudes exigidas por esta abordagem - não é igualmente acessível a todas as crianças. Para manter o respeito mútuo e o desenvolvimento da comunidade de aprendizagem, todos os erros têm de ser “nossos” e não “vossos”.